

## INDETERMINACIONES

$$\frac{0}{0} \quad \frac{k}{0} \quad \frac{\infty}{\infty} \quad \infty - \infty \quad 1^\infty \quad (0 \cdot \infty)$$

$$\infty^0 \quad 0^0$$

### INDETERMINACION $\frac{0}{0}$

$\frac{0}{0}$

FACTORIZAR DENOMINADOR  
Y NUMERADOR. SIMPLIFICAR.

Ejemplo:

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2 - 2}{x + 1} = \frac{2 \cdot (-1)^2 - 2}{-1 + 1} = \frac{0}{0} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{2(x^2 - 1)}{x + 1} =$$

$\uparrow$   
 $\text{IND } \frac{0}{0}$

$$= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{2(x-1)(x+1)}{(x+1)} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{2(x-1)}{1} = 2(-1-1) = 2 \cdot (-2) =$$

$$= -4.$$

### INDETERMINACION $\frac{k}{0}$

$\frac{k}{0}$

CALCULAR LÍMITES LATERALES.

Ejemplo:

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x-3}{x+1} = \frac{-1-3}{-1+1} = \frac{-4}{0}$$

$\uparrow$   
 $\text{IND } \frac{k}{0}$

$$\left\{ \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{-}{-} = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{-}{+} = -\infty \end{array} \right.$$

~~$\lim$~~

Límites  $x \rightarrow \infty$

$\lim_{x \rightarrow \infty} \text{POLINOMIO} = \infty$   $+\infty$   $0$   $-\infty$  depende del grado

INDETERMINACION  $\frac{\infty}{\infty}$

FIJARSE EN LA  $x$  de MAYOR GRADO.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{P(x)}{Q(x)}$$

Si GRADO  $P(x) >$  GRADO  $Q(x)$   $\infty$

Si GRADO  $P(x) =$  GRADO  $Q(x)$   $n^{\circ} \text{coefic.}$

Si GRADO  $P(x) <$  GRADO  $Q(x)$   $0$  (16)

INDETERMINACION  $(\infty - \infty)$  SI NO HAY RAICES, HAY QUE CALCULAR.

EJEMPLO:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2 - 2x}{x+1} - x \right) = (\infty - \infty) \underset{\substack{\uparrow \\ \text{IND}}}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 2x - x - 1}{x+1} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 3x - 1}{x+1} = \infty$$

## INDETERMINACION $\frac{\infty}{\infty}$ CON RAICES

FIJARSE EN EL GRADO MAYOR DEL NUMERADOR Y EN EL DENOMINADOR HAY QUE APLICAR LA RAIZ AL GRADO.

EJEMPLO:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x+3}{\sqrt{x^2-4x+3} + x} = \frac{\infty}{\infty} = \frac{2}{2} = 1. \text{ Grado } P = \text{Grado } Q$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x+4}{\sqrt{9x^2-5x+3} + 4x} = \frac{\infty}{\infty} = \frac{5}{7} \text{ Grado } P(x) = \text{Grado } Q(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2-5}{\sqrt{x^2-3x^2+2} + 2x} = \frac{\infty}{\infty} = \infty \text{ grado } P(x) > Q(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-5x}{\sqrt{x^4-3x+2} + 2x^2} = \frac{\infty}{\infty} = 0$$

# LIMITES

INDETERMINACION

$(\infty - \infty)$

MULTIPLICAR

Y DIVIDIR POR EL  
CONJUGADO

EJEMPLO

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x^2 + x + 4} - \sqrt{x^2 - x} = \infty - \infty$$

$\uparrow$   
INDETERM.

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x^2 + x + 4} - \sqrt{x^2 - x} \cdot \frac{\sqrt{x^2 + x + 4} + \sqrt{x^2 - x}}{\sqrt{x^2 + x + 4} + \sqrt{x^2 - x}} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\sqrt{x^2 + x + 4})^2 - (\sqrt{x^2 - x})^2}{\sqrt{x^2 + x + 4} + \sqrt{x^2 - x}} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + x + 4 - x^2 + x}{\sqrt{x^2 + x + 4} + \sqrt{x^2 - x}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x + 4}{\underbrace{\sqrt{x^2 + x + 4}}_x + \underbrace{\sqrt{x^2 - x}}_x} = \frac{\infty}{\infty}$$

$\uparrow$   
IND.

$$= \frac{2}{2} = 1$$

## INDETERMINACION $\frac{0}{0}$ CON RAÍCES.

1) MULTIPLICAR Y DIVIDIR POR EL CONJUGADO DE LA RAÍZ.

2) FACTORIZAR NUMERADOR Y DENOMINADOR

3) SIMPLIFICAR.

EJEMPLO:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - 2}{x-2} = \frac{0}{0} \uparrow \text{IND.}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - 2}{x-2} \cdot \frac{\sqrt{x+2} + 2}{\sqrt{x+2} + 2} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(\sqrt{x+2})^2 - 4}{(x-2)(\sqrt{x+2} + 2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\cancel{(x-2)}}{\cancel{(x-2)}(\sqrt{x+2} + 2)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{\sqrt{x+2} + 2} = \frac{1}{4}$$

# INDETERMINACION $1^\infty$

FORMULA:

$$\lim_{x \rightarrow} f(x)^{g(x)} = 1^\infty \Rightarrow e^{\lim_{x \rightarrow} [f(x)-1] \cdot g(x)}$$

Ejemplo:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{x^2+1}{3x-1} \right)^{\frac{x+1}{x-1}} = \left( \frac{2}{2} \right)^{\frac{2}{0}} = 1^\infty \text{ INDETERMINACION.}$$

$$\frac{x^2+1}{3x-1} - 1 = \frac{x^2+1-3x+1}{3x-1} = \frac{x^2-3x+2}{3x-1}$$

$$\frac{x^2-3x+2}{3x-1} \cdot \frac{x+1}{x-1} = \frac{x^3+x^2-3x^2-3x+2x+2}{3x^2-3x-x+1} =$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3-2x^2-x+2}{3x^2-4x+1} = \frac{1-2-1+2}{3-4+1} = \frac{0}{0} \text{ INDTERM.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-3x+2}{3x-1} \cdot \frac{x+1}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-2)(x-1)(x+1)}{(3x-1)(x-1)} = \frac{(-1) \cdot (2)}{2} = -1$$

$$x^2-3x+2=0$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{9-4 \cdot 2 \cdot 1}}{2} = \frac{3 \pm 1}{2} < 2$$

$$= e^{-1}$$