

FUNCIÓN	INTEGRAL	FUNCIÓN	INTEGRAL
$\int k dx$	$Kx + C$		
$\int x^n dx$	$\frac{x^{n+1}}{n+1} + C$	$\int f'(x) \cdot f^n(x) dx$	$\frac{f^{n+1}(x)}{n+1} + C$
$\int \frac{1}{2\sqrt{x}} dx$	$\sqrt{x} + C$	$\int \frac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}} dx$	$\sqrt{f(x)} + C$
$\int \frac{1}{n\sqrt[n]{x^{n-1}}} dx$	$\sqrt[n]{x} + C$	$\int \frac{f'(x)}{n\sqrt[n]{f^{n-1}(x)}} dx$	$\sqrt[n]{f(x)} + C$
$\int a^x dx$	$\frac{a^x}{\text{Lna}} + C$	$\int f'(x) \cdot a^{f(x)} dx$	$\frac{a^{f(x)}}{\text{Lna}} + C$
$\int e^x dx$	$e^x + C$	$\int f'(x) \cdot e^{f(x)} dx$	$e^{f(x)} + C$
$\int \frac{1}{x} dx$	$\text{Ln } x + C$	$\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx$	$\text{Ln } f(x) + C$
$\int \text{sen } x dx$	$-\text{cos } x + C$	$\int f'(x) \cdot \text{sen } f(x) dx$	$-\text{cos } f(x) + C$
$\int \text{cos } x dx$	$\text{sen } x + C$	$\int f'(x) \text{cos } f(x) dx$	$\text{sen } f(x) + C$
$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx$	$\text{arcsen } x + C$	$\int \frac{f'(x)}{\sqrt{1-f^2(x)}} dx$	$\text{arcsen } f(x) + C$
$\int \frac{1}{1+x^2} dx$	$\text{arctg } x + C$	$\int \frac{f'(x)}{1+f^2(x)} dx$	$\text{arctg } f(x) + C$

FUNCIONES RACIONALES $\int \frac{P(x)}{Q(x)} dx$		
COCIENTE DE POLINOMIOS		
Si $\text{grado } P(x) \geq \text{grado } Q(x)$ HACER DIVISION ejemplo 1	Si $\text{grado de } P(x) < \text{grado } Q(x)$ FACTORIZAR DENOMINADOR ejemplo 2	DENOMINADOR CON POLINOMIO ejemplo 3

EJEMPLO 1

$$\int \frac{3x^4 + x^3 - x^2}{x^2} dx = \int 3x^2 + x - 1 dx =$$

$$\cancel{\frac{3x^3}{3}} + \frac{x^2}{2} - x + C = x^3 + \frac{x^2}{2} - x + C$$

EJEMPLO 2

$$\int \frac{6x - 6}{x^2 - 9} dx = \int \frac{A}{x+3} + \frac{B}{x-3} dx =$$

$$\int \frac{A(x-3) + B(x+3)}{x^2 - 9} dx = \int \frac{Ax - 3A + Bx + 3B}{x^2 - 9} dx$$

$$6x - 6 = Ax + Bx - 3A + 3B$$

$$6x = Ax + Bx \rightarrow 6x = (A+B)x \rightarrow 6 = A+B$$

$$-6 = -3A + 3B \rightarrow -6 = -3(A-B) \rightarrow 2 = A-B$$

$$B = 6 - A = 2 \quad \begin{array}{l} 8 = 2A \\ A = 4 \end{array}$$

$$\int \frac{4}{x+3} + \frac{2}{x-3} dx = \int \frac{4}{x+3} dx + \int \frac{2}{x-3} dx =$$

$$= 4 \ln|x+3| + 2 \ln|x-3| + C$$

EJEMPLO 3

$$\int \frac{3x^3 + 5x}{x^2 - x - 2} dx = \textcircled{*}^1 \int 3x + 3 dx + \int \frac{2x + 6}{x^2 - x - 2} dx = \textcircled{*}^2$$

$$\textcircled{*}^1 \begin{array}{r} 3x^3 + 5x \overline{) x^2 - x - 2} \\ \underline{-3x^3 + 3x^2 - 6x} \\ 3x^2 - x \\ \underline{-3x^2 + 3x + 6} \\ 2x + 6 \end{array}$$

$$\textcircled{*}^2 \begin{array}{l} x^2 - x - 2 = 0 \\ x < \begin{array}{l} 2 \\ 1 \end{array} \\ x^2 - x - 2 = (x-2) \cdot (x-1) \end{array}$$

$$= \int 3x dx + \int 3 dx + \int \frac{2x+6}{(x-2) \cdot (x-1)} dx =$$

$$\int \frac{2x+6}{(x-1) \cdot (x-2)} dx = \int \frac{A}{(x-1)} + \frac{B}{(x-2)} dx =$$

$$\int \frac{A(x-2) + B(x-1)}{x^2 - x - 2} dx = \int \frac{Ax - 2A + Bx - B}{x^2 - x - 2} dx$$

$$2x + 6 = Ax - 2A + Bx - B$$

$$2x + 6 = Ax + Bx - 2A - B$$

$$2x = Ax + Bx \rightarrow 2x = (A+B)x \rightarrow 2 = A+B$$

$$6 = -2A - B \quad \xrightarrow{\quad \quad \quad} \quad \quad \quad \begin{array}{l} 2 = A+B \\ 6 = -2A-B \\ 8 = -A \end{array}$$

$$2 = -8 + B \rightarrow B = 10$$

$$\int 3x dx + \int 3 dx + \int \frac{-8}{x-2} dx + \int \frac{10}{x-1} dx =$$

$$\frac{3x^2}{2} + 3x - 8 \ln|x-2| + 10 \ln|x-1| + C$$

EJERCICIOS INTEGRALES

1. Calcular la integral $\int x^5 dx$.

Solución.- $\frac{x^6}{6} + C$.

2. Calcular la integral $\int (x + \sqrt{x}) dx$.

Solución.- $\frac{x^2}{2} + \frac{2x\sqrt{x}}{3} + C$.

3. Calcular la integral $\int \left(\frac{3}{\sqrt{x}} - \frac{x\sqrt{x}}{4} \right) dx$.

Solución.- $6\sqrt{x} - \frac{1}{10}x^2\sqrt{x} + C$.

4. Calcular la integral $\int \frac{x^2}{\sqrt{x}} dx$.

Solución.- $\frac{2}{5}x^2\sqrt{x} + C$.

5. Calcular la integral $\int \left(\frac{1}{x^2} + \frac{4}{x\sqrt{x}} + 2 \right) dx$.

Solución.- $-\frac{1}{x} - \frac{8}{\sqrt{x}} + 2x + C$.

6. Calcular la integral $\int \frac{1}{\sqrt[4]{x}} dx$.

Solución.- $\frac{4}{3}\sqrt[4]{x^3} + C$.

INTEGRACION POR PARTES

$$\int u dv = uv - \int v du$$



(un día vi una vaca menos flaca vestida de uniforme)

se puede aplicar esta fórmula para este tipo de productos de funciones:

$$\int \text{POLINOMIO} \cdot \text{sen o cos} \cdot dx$$

$$\int \text{POLINOMIO} \cdot \text{fexponencial} \cdot dx$$

$$\int \text{POLINOMIO} \cdot \text{logaritmo} \cdot dx$$

$$\int \text{POLINOMIO} \cdot \text{arcos} \cdot dx$$

$$\int \text{fexponencial} \cdot \text{sen o cos} \cdot dx$$

1- IDENTIFICAR QUIEN ES u Y QUIEN ES dv .

Para elegir u nos basamos en esta prioridad: A \rightarrow arcos

L \rightarrow logaritmos

P \rightarrow polinomios

E \rightarrow exponenciales

S \rightarrow seno o coseno

Hay que incluir el dx en el grupo que pongamos como dv

2- Como ya sabemos quien es u y dv CALCULAR du y v .

CALCULANDO LA DERIVADA DE u

CALCULANDO LA INTEGRAL DE dv

1. Calcular la integral $\int xe^x dx$.

Solución.- $xe^x - e^x + C$.

2. Calcular la integral $\int \ln x dx$.

Solución.- $x \ln x - x + C$.

3. Calcular la integral $\int x^2 e^{3x} dx$.

Solución.- $e^{3x} \left(\frac{x^2}{3} - \frac{2x}{9} + \frac{2}{27} \right) + C$.

4. Calcular la integral $\int x^3 e^{-x} dx$.

Solución.- $-e^{-x} (x^3 + 3x^2 + 6x + 6) + C$.

5. Calcular la integral $\int x \sin x dx$.

Solución.- $-x \cos x + \sin x + C$.

6. Calcular la integral $\int x^2 \cos 2x dx$.

Solución.- $\frac{x^2 \sin 2x}{2} + \frac{x \cos 2x}{2} - \frac{1}{4} \sin 2x + C$.

7. Calcular la integral $\int e^x \sin x dx$.

Solución.- $\frac{-e^x \cos x + e^x \sin x}{2} + C$.

8. Calcular la integral $\int x^5 e^{x^3} dx$.

Solución.- $\frac{e^{x^3}}{3} (x^3 - 1) + C$.

$$\textcircled{1} \int x e^x dx = \quad \begin{array}{l} u = x \rightarrow du = dx \\ dv = e^x dx \rightarrow v = e^x \end{array}$$

$$= x \cdot e^x - \int e^x dx = x \cdot e^x - e^x + C = e^x \cdot (x-1) + C$$

$$\textcircled{2} \int \ln x dx = \quad \begin{array}{l} u = \ln x \rightarrow du = \frac{1}{x} dx \\ dv = dx \rightarrow v = x \end{array}$$

$$= x \ln x - \int x \cdot \frac{1}{x} dx = x \ln x - x + C = x (\ln x - 1) + C$$

$$\textcircled{3} \int x^2 \cdot e^{3x} dx \quad \begin{array}{l} u = x^2 \quad du = 2x dx \\ dv = e^{3x} dx \quad v = \frac{1}{3} e^{3x} \end{array}$$

$$= x^2 \cdot \frac{1}{3} e^{3x} - \int \frac{1}{3} e^{3x} \cdot 2x dx = x^2 \cdot \frac{1}{3} e^{3x} - \frac{2}{3} \int x \cdot e^{3x} dx =$$

$$\downarrow$$

$$\begin{array}{l} u = x; du = dx \\ dv = e^{3x} dx; v = \frac{1}{3} e^{3x} \end{array}$$

$$= x^2 \cdot \frac{1}{3} e^{3x} - \frac{2}{3} \left[x \cdot \frac{1}{3} e^{3x} - \int \frac{1}{3} e^{3x} dx \right] =$$

$$= \frac{1}{3} x^2 \cdot e^{3x} - \frac{2}{9} x e^{3x} + \frac{2}{9} \cdot \frac{1}{3} e^{3x} + C$$

$$= \frac{e^{3x}}{3} \cdot \left[x^2 - \frac{2}{3} x + \frac{2}{9} \right] + C$$